



TITLE:

密度不安定性により発生する塩水振動子の数値解析(計算流体力学に関わる数理的諸問題)

AUTHOR(S):

岡村, 実奈; 武本, 行正; 吉川, 研一

CITATION:

岡村, 実奈 ...[et al]. 密度不安定性により発生する塩水振動子の数値解析 (計算流体力学に関わる数理的諸問題). 数理解析研究所講究録 1996, 974: 196-207

ISSUE DATE:

1996-11

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/60756>

RIGHT:

密度不安定性により発生する塩水振動子の数値解析

名大院人間情報 岡村実奈 (Mina Okamura)
四日市大経済 武本行正 (Yukimasa Takemoto)
名大院人間情報 吉川研一 (Kenichi Yoshikawa)

1 はじめに

流体力学では全てを Navier-Stokes 方程式という一つの標準的方程式に煎じ詰めることができる。しかしそれは偏微分方程式系であり、流速・密度・圧力・粘性係数が従属変数として入っている非線形方程式である。一見すっきりしたこの方程式系を元にして、流体現象の本質を演繹的に導き出すことは通常困難である。そこでシミュレーションと言う学問が発展し、流体の内部構造の把握という点において成果をあげてきた。その数値流体力学の分野において、自由表面の存在下、密度差がありかつ急激な変化を伴う不定流の解析は、意義ある研究課題である。実際、大気などのマクロなスケールから細胞などのミクロな生命現象に至るまで、このような条件はむしろ一般的と言えるからである。ここで視点を変えてみよう。かつてローレンツが Navier-Stokes 方程式から常微分方程式系の対流のモデルを導き出したように、偏微分方程式の中から、少数自由度を取りだし、それを常微分方程式として表すことも、流体現象の特徴を知る上では着眼点次第で非常に有効な手段となる。ローレンツの場合、大胆とも言える一切合切を切捨てたような常微分方程式におとすことで、はじめて、あるパラメータ範囲において系が初期値に鋭敏に依存することや、カオスへの遷移の様子などを数値的に解析することが可能となったからである [1]。

レイリー・ベナール対流は熱勾配の存在による対流であったが、密度勾配が駆動力となって対流が起こる面白い現象がある。塩水振動子と呼ばれる現象で、1970年アメリカの海洋学者 Martin によって偶然発見された [2]。その実験システムは非常にシンプルで、塩水入りのカップの底に直径 1～5 mm 程度の穴をあけ、真水の中につかる状態で固定すると、密度差による静水圧の不安定性から穴を介して上向き流と下向き流が交互に起こるといった流体の自発的な振動運動が観察される (Fig.1a)。この塩水振動子は、非線形振動子ゆえ現れるリミットサイクルや結合系における引き込み現象などの特徴を、流体の流れの上下によって視覚的に捉えることを可能とする非線形振動子のモデルである。これまで塩水振動子については、実験の容易さから結合系の引き込みモードについて等の研究がなされて

きた。上下の振動運動の周期については塩水の密度、カップ或いは穴のサイズなど、パラメータとなりえる要素は沢山あり、流れの位相に焦点を絞った常微分方程式系において、それらの特性を調べることは非常に興味深い。しかしそうした常微分方程式の導出過程においては、いまだ具体的な裏付けがなく内部構造の把握が重要な課題となっていた [3] ~ [5]。そこで我々は、偏微分方程式である Navier-Stokes 方程式を直接差分近似する直交座標系の密度流解析版 SOLA/SURF 法を用いて数値解析し、流体内部のデータから振動のメカニズムを明らかにし、穴を介して移動する流体の変位を変数とした常微分方程式を検討した。

2 数値解析手法

数値計算の手法としては密度流解析版に改良した直交座標系の SOLA/SURF 法を用いた [6]。移流項の差分には波動方程式を Lagrange 的に解く手法の CIP 法 (Cubic Interpolated Pseudo-Particle Method) を採用して、これまでの 1 次風上法や 3 次風上法 (QUICK 法など) よりも高精度とした。また自由表面の水位変動を記述する式については、安定化のためにわざと 1 次精度の上流差分近似を用いた [8]。以下では主に CIP 法の解析法について説明する。

2.1 基礎方程式

ここでは、2 次元の非定常非圧縮性の不均質流体を表す運動量方程式を基礎とする。温度変化や表面張力等の効果は無視する。 u, v を x, y 方向流速成分、 P を圧力、 $\mu (= \nu/\rho)$ を動粘性係数、 $\mu_t (= \nu_t/\rho)$ を渦動粘性係数とする直交座標系にて表現した以下の方程式を用いた。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial (vu)}{\partial y} = & -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2(\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right\} + g_x \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial (uv)}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} = & -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ 2(\nu + \nu_t) \frac{\partial v}{\partial y} \right\} + g_y \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

ここで、上記の g_x 、 g_y は重力加速度 $G = (g_x, g_y)$ の各成分である。

さらに、ここで自由表面も同時に処理するので、水位 h を変数として導入し、水位変化を自由表面における運動力学的境界条件から求める。一般に変形境界面の形が、 $F(x, y, t) = 0$ で与えられるとき、その境界面における運動力学的条件は $\frac{DF}{Dt} = 0$ である。これを水位 h という底面からの x 座標に対する形状一価関数で表示すれば、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = v \quad (5)$$

を得るので、この h にて水面を識別する。

2.2 CIP 法 (Cubic Interpolated pseudo-Particle method)

従来、自由表面や密度界面を含まない解析では3次精度の上流差分法 (Kawamura スキームや QUICK 法) 等の高精度の移流項の近似が用いられてきた。しかしこれらは自由に変動する境界面の処理に計算時参照点が拡がるため、自由表面や密度界面を含む解析へは適用が困難視されていた。境界に合わせて計算格子も移動させる場合はこの点で3次精度のスキームを採用可能であるが、基礎式を一般座標系にする必要がある。ところが直交格子の場合は格子網を横切るように境界面を計算するので、参照点が拡がらないで高精度を可能とする手法が求められていたが、矢部らの開発した CIP 法はまさにそのような要望に最適のものである [7]。

例：密度場への適用

差分式の計算格子網は、圧力・密度は中心に、流速値はその上下面に v を、左右面に u を配置したスタガード格子である。実際の数値計算プログラムにおける、密度の質量保存式 (4) 式への CIP 法の適用を考える。本法は非保存のスキームなので保存形の非線形移流項は次のように分解する。

$$\frac{D\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = g \quad (6)$$

ただし、 $g = -\rho \frac{\partial u}{\partial x} - \rho \frac{\partial v}{\partial y}$ とおいた。 $u < 0$ かつ $v < 0$ のとき、 $\rho(x, y)$ を、グリッド・セル $(i, j) - (i, j+1) - (i+1, j+1) - (i+1, j)$ 内で補間する。

$$F_{i,j}(x, y) = \left[(A_{i,j}X + C_{i,j}Y + E_{i,j})X + G_{i,j}Y + \frac{\partial \rho_{i,j}}{\partial x} \right] X + \left[(B_{i,j}Y + D_{i,j}X + F_{i,j})Y + \frac{\partial \rho_{i,j}}{\partial y} \right] Y + \rho_{i,j} \quad (7)$$

ここで $X = x - x_i$, $Y = y - y_j$ である。ここで、(6) 式を x, y について微分すると

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (8)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (9)$$

を得る。これらの (左辺) = 0 は、 $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ についての波動方程式と同じである。よって ρ を $\frac{D\rho}{dt} = 0$ の解で非常に短い時間 Δt 後のプロファイルを $\rho(x, y, t + \Delta t) \sim \rho(x - u\Delta t, y - v\Delta t, t)$ で推定すると同様に、 $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ も推定できると考えよう。すると $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ および $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ が (8)、(9) 式で与えられれば、残った未知数 $A \sim G$ は値 ρ と空間微分 $\frac{\partial \rho}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \rho}{\partial y}$ が格子点 $(i+1, j)$, $(i, j+1)$ で連続、値 ρ が点 $(i+1, j+1)$ で連続という条件から求められる。

$$A_{i,j} = \left[-2d_i + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_{i+1,j} + \rho_{i,j})\Delta x \right] / \Delta x^3 \quad (10)$$

$$C_{i,j} = \left[TMP - \frac{\partial d_j}{\partial x}\Delta x \right] / (\Delta x^2 \Delta y) \quad (11)$$

$$E_{i,j} = \left[3d_i + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_{i+1,j} + 2\rho_{i,j})\Delta x \right] / \Delta x^2 \quad (12)$$

$$G_{i,j} = \left[-TMP + \frac{\partial d_j}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial d_i}{\partial y}\Delta y \right] / (\Delta x \Delta y) \quad (13)$$

$$B_{i,j} = \left[-2d_j + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{i,j+1} + \rho_{i,j})\Delta y \right] / \Delta y^3 \quad (14)$$

$$D_{i,j} = \left[TMP - \frac{\partial d_i}{\partial y}\Delta y \right] / (\Delta x \Delta y^2) \quad (15)$$

$$F_{i,j} = \left[3d_j + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_{i,j+1} + 2\rho_{i,j})\Delta y \right] / \Delta y^2 \quad (16)$$

$$TMP = \rho_{i,j} - \rho_{i+1,j} - \rho_{i,j+1} + \rho_{i+1,j+1} \quad (17)$$

ここで $d_i = \rho_{i+1,j} - \rho_{i,j}$ 、 $d_j = \rho_{i,j+1} - \rho_{i,j}$ とおいた。プログラム内では (6) 式を二つのフェイズに分ける。すなわち、右辺の移流項以外の項を通常の差分で計算した後 (Eulerian

Phase)、左辺の移流項に対して先に紹介した CIP 法を適用する (Lagrangian Phase)。

(1) 1st Eulerian Phase

密度 ρ について次式を解く。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = g \left(-\rho \frac{\partial u}{\partial x} - \rho \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

これは具体的に中心差分法によって

$$\rho_{i,j}^* = \rho_{i,j}^n + \Delta t \left(-\rho_{i,j} \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} - \rho_{i,j} \frac{v_{i,j} - v_{i,j-1}}{\Delta y} \right) \quad (18)$$

と近似される。また、ここで

$$\rho_{i,j}^* = \rho_{i,j}^n + g \Delta t \quad (19)$$

より g の差分の代わりに $\rho^* - \rho^n$ の差分を用いることから、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial x} = \frac{\partial \rho_{i,j}^n}{\partial x} &+ (\rho_{i+1,j}^* - \rho_{i-1,j}^* - \rho_{i+1,j}^n + \rho_{i-1,j}^n) / 2\Delta x \\ &- \frac{\partial \rho_{i,j}^n}{\partial x} \frac{(u_{i+1,j} - u_{i-1,j})\Delta t}{2\Delta x} - \frac{\partial \rho_{i,j}^n}{\partial y} \frac{(v_{i+1,j} - v_{i-1,j})\Delta t}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial y} = \frac{\partial \rho_{i,j}^n}{\partial y} &+ (\rho_{i,j+1}^* - \rho_{i,j-1}^* - \rho_{i,j+1}^n + \rho_{i,j-1}^n) / 2\Delta y \\ &- \frac{\partial \rho_{i,j}^n}{\partial y} \frac{(u_{i,j+1} - u_{i,j-1})\Delta t}{2\Delta y} - \frac{\partial \rho_{i,j}^n}{\partial y} \frac{(v_{i,j+1} - v_{i,j-1})\Delta t}{2\Delta y} \end{aligned} \quad (21)$$

と、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial y}$ も具体的に求められる。

(2) 2nd Lagrangian Phase

このフェイズでは移流項に CIP 法を適用する。 H を ρ 、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial y}$ とすると式 $\frac{DH}{dt}$ の解で非常に短い時間 Δt 後のプロファイルは、 $H(x, y, t + \Delta t) \sim H(x - u\Delta t, y - v\Delta t, t)$ のように推定できる。こうして、 $\rho_{i,j}^{n+1} = F_{i,j}(x_i - u\Delta t, y_j - v\Delta t)$ 、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^{n+1}}{\partial x} = \frac{\partial F_{i,j}}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^{n+1}}{\partial y} = \frac{\partial F_{i,j}}{\partial y}$ によって次の時刻の値が決定できる。(7) 式から

$$\begin{aligned} \rho_{i,j}^{n+1} &= \left[(A_{i,j}X + C_{i,j}Y + E_{i,j})X + G_{i,j}Y + \frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial x} \right] X \\ &+ \left[(B_{i,j}Y + D_{i,j}X + F_{i,j})Y + \frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial y} \right] Y + \rho_{i,j}^* \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{\partial \rho_{i,j}^{n+1}}{\partial x} = (3A_{i,j}X + 2C_{i,j}Y + 2E_{i,j})X + (G_{i,j} + D_{i,j}Y)Y + \frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial x} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \rho_{i,j}^{n+1}}{\partial y} = (3B_{i,j}Y + 2D_{i,j}X + 2F_{i,j})Y + (G_{i,j} + C_{i,j}X)X + \frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial y} \quad (24)$$

である。ここでは $X = -u\Delta t$ 、 $Y = -v\Delta t$ となり、先のフェイズで求めた $\rho_{i,j}^*$ 、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^*}{\partial y}$ と、(11) ~ (17) 式を用いて計算する。 $\rho_{i,j}^{n+1} \rightarrow \rho_{i,j}^n$ 、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^{n+1}}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial \rho_{i,j}^n}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial \rho_{i,j}^{n+1}}{\partial y} \rightarrow \frac{\partial \rho_{i,j}^n}{\partial y}$ として 1 st フェイズに戻るというサイクルを繰り返す。

以上は $u < 0$ かつ $v < 0$ の場合である。 $u \geq 0$ かつ $v < 0$ のときには $F_{i,j}$ はグリッド・セル $(i,j)-(i-1,j)-(i-1,j+1)-(i,j+1)$ で、 $u < 0$ かつ $v \geq 0$ のときは $(i,j)-(i+1,j)-(i+1,j-1)-(i,j-1)$ で、 $u \geq 0$ かつ $v \geq 0$ のときは $(i,j)-(i,j-1)-(i-1,j-1)-(i-1,j)$ で定義する必要がある。よって u 、 v の符号によって、 $u \geq 0$ のときは $i+1 \rightarrow i-1$ および $\Delta x \rightarrow -\Delta x$ に、 $v \geq 0$ のときは $j+1 \rightarrow j-1$ および $\Delta y \rightarrow -\Delta y$ と変換すればよい。

2.3 自由表面の境界条件

一般に水面のような空気と水の間の自由表面を記述する式は、2次元の場合 F を境界を表す関数として時間に依存し $F(x,y,t) = 0$ で記述される。さらに、水と空気との2種類の流体間での力学的条件を考えると、 n_i を法線方向単位ベクトル、 m_i を接線方向単位ベクトル、 γ' を表面張力、さらに $e_{i,j}$ を変形速度のテンソルとして、表面張力 γ' は、表面の曲率 K_m と表面張力係数 γ とから $\gamma' = \gamma K_m$ で表現できるので、

$$n_i e_{i,j} m_i = 0 \quad (25)$$

$$p = p_0 + 2\mu n_i e_{i,j} n_j - \gamma K_m \quad (26)$$

ここに、 μ は粘性係数、 p_0 は空気側の圧力である。2次元直交座標系での自由表面で成立する力学的条件式は、 $i = x, y$ であるから成分表示すると、(25)、(26) 式は

$$2n_x m_x \frac{\partial u}{\partial x} + (n_x m_y + n_y m_x) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2n_y m_y \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (27)$$

$$p - 2\mu n_x n_x \frac{\partial u}{\partial x} + n_x n_y \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + n_y n_y \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (28)$$

となる。上記の条件式を直交格子の本計算では、水面がほぼ水平の場合と右傾斜の場合（45° 右下がり）と左傾斜の場合（45° 左下がり）に簡易化している。

3 結果とその考察

塩水振動子のモデルは (Fig.1b) で示される。数値計算の設定は、 $a = 2.5\text{ mm}$ 、 $b = 45\text{ mm}$ 、 $d = 5\text{ mm}$ 、 $\rho_0 = 1.0\text{ g/cm}^2$ 、 $\rho_s = 1.1\text{ g/cm}^2$ 、また外水面と内水面の高さはそれぞれ 80 mm 、 78 mm の場合に対応させた。ここで、穴の中心を通る直線を軸として左右対称な現象であると仮定し、計算領域の設定は左半分のみとした。同時に、 $a = 2.5\text{ mm}$ 、 $b = 25\text{ mm}$ 、 $d = 1\text{ mm}$ 、 $\rho_0 = 1.0\text{ g/cm}^3$ 、 $\rho_s = 1.1\text{ g/cm}^3$ の条件で実験を行ない、数値計算の結果を流速のベクトル表示にて実験の結果と比較して (Fig.2) に示す。なお実験では、流れの可視化のため塩水をインクで着色したので、上向き流は観察できない。数値計算においても流体の振動運動が再現されている。振動の周期は実験系で $T = 1.20\text{ s}$ 、シミュレーションで $T = 1.13\text{ s}$ 程度と見積もられる。2次元系と3次元系における周期が大体一致したことは偶然に近く、むしろこの場合は数値計算においても流体の自発的な振動の様子が再現されたことに意義があるのであろう。(Fig.3) に、外水面 (真水側) と内水面 (塩水側) の高さの時間変化の数値計算の結果を示した。内水面の高さは徐々に上昇してゆき、3.6秒で内外水面の高さが等しくなっているが、その高さは最終的な平衡状態に落ち着いた場合の理論値の高さと一致する。この時点では、密度差の分布はまだ不均一である。にもかかわらず、2次元系であるため空間的広がりがなく、リミットサイクル的な周期運動に落ち込む前に駆動力となる密度差が急激に緩和され、振動運動が止まってしまうことが考えられる。

ここで文献 [2]~[5] と同様に、穴の部分が振動運動を支配すると考え、穴の部分の流体における数値計算結果について議論しよう。数値計算では、穴の部分を2つの計算格子に区分して計算を行なっているが、それらを合計することによって穴の部分を一流体要素と見なした。(Fig.4) に一回振動する間の流速の時間変化を、(Fig.5) は (2) 式中右辺の圧力項・粘性項・重力項と左辺のラグランジェ微分中から派生する移流項、つまり各効果の寄与による加速度について一振動間の時間変化を示したものである。なお、圧力項である圧力勾配については、密度分布が一様な状態で重力加速度と等しくなるので、圧力項と重力項の和として表示している。前述のような理由で、数値解析からはリミットサイクル的な振動は得られなかったが、(Fig.5) から振動のメカニズムを捉えることは可能である。この場合は、静水圧力的に釣りあう高さより内水面が高い位置から運動を始めているので、ま

ず密度差から生じる静水圧力差が駆動力となり下向きの加速度を生じる (A)。穴を介して塩水が流れ落ちることにより圧力勾配が緩和される (B)。しかしこの時点では、粘性による上向きの加速度と慣性力 (移流項) が存在しており、今度は圧力勾配の向きが逆転し上向きの流れが生じる (C)。穴を介して真水が流れ込むことにより圧力的に釣り合い圧力勾配がなくなる (D)。しかしこの時点では、粘性による下向きの加速度と慣性力が存在しており、また圧力勾配の向きが逆転し上向きの流れが生じるといったサイクルが考えられる。文献 [2]~[5] での常微分方程式系の導出過程では無視されてきた慣性項も、かなりの寄与があることは強調すべき点である。

今度は、エネルギーの出入りに注目しよう。エネルギーの注入・散逸はエネルギーの時間微分から知ることができ、2次元系の場合 (力) \times (流速) \times (穴の面積) である。(Fig.6) は、(Fig.5) と同様に各項のエネルギー注入・散逸速度を求めたものである。当然、Total の曲線が示すように、上下流とも流れが加速されている間はエネルギー注入・散逸速度の符号は正で、減速している間は負である。この変化に対する各項の寄与を見ると、移流項も粘性項も共に負の値で、エネルギー散逸項である。よって圧力項+重力項が、Total 曲線の正負の変化を与える駆動項となっていることが分かる。

文献 [5] にあるように塩水振動子の常微分方程式モデルは、導出過程の裏付け無しにレイリータイプの方程式になるのではないかと言われてきた。レイリータイプの方程式は、

$$\ddot{X} = a\dot{X} - b\dot{X}^3 - cX \quad (a, b, c > 0) \quad (29)$$

である。ここで (Fig.5) の圧力項+重力項の曲線について、(Fig.4) の穴の部分の流速 $V(= \frac{\partial X}{\partial t})$ で記述すると、具体的に $20.5\dot{X} - 57.5X$ となり、(29) 式の第1項、第3項が再現されている。粘性項、移流項の効果を、エネルギー散逸項である第2項に集約していると考えれば、このモデル式の構造は塩水振動子のエネルギー収支のメカニズムを反映している。

以上の議論より、塩水振動子のモデル式が、振動運動のメカニズムの本質的な部分を記述していると言ってよいことが分かった。今後は、引き込み現象などの実験とこのモデル式を用いた数値解析の両面から、更に研究が進められることが期待される。

参考文献

- [1] E.N.Lorenz, *J.Atmos.Sci.*, **20**, 130-141 (1963).

- [2] S.Martin, *Geophys.Fluid Dyn.*, **1**, 143-160 (1970).
- [3] K.Yoshikawa,S.Maeda,and H.Kwakami,*Ferroelectrics* ,**86**, 281-298 (1988).
- [4] K.Yoshikawa and Y.Murofushi, *Forma*, **5**, 83-92 (1990).
- [5] K.Yoshikawa and H.Kawakami, 応用数理, **4**, 238-258 (1994).
- [6] C.W.Hirt,B.D.Nichols,and N.C.Romero, *Los Alamos Scientific Lab.*, **LA-5852**, (1975).
- [7] T.Yabe and T.Aoki, *Computer Physics Commun.*, **Vol.66**, 219-242 (1991).
- [8] Y.Takemoto and K.Torii, *Computational Mechanicsæ'95*, **Vol.1**, 1401-1406 (1995).

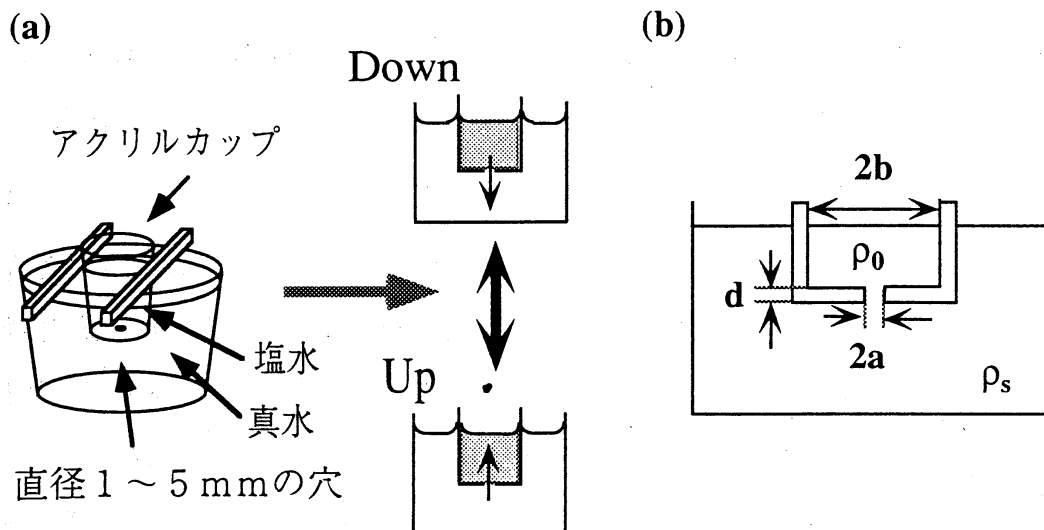


Fig.1 塩水振動子の実験設定と振動現象

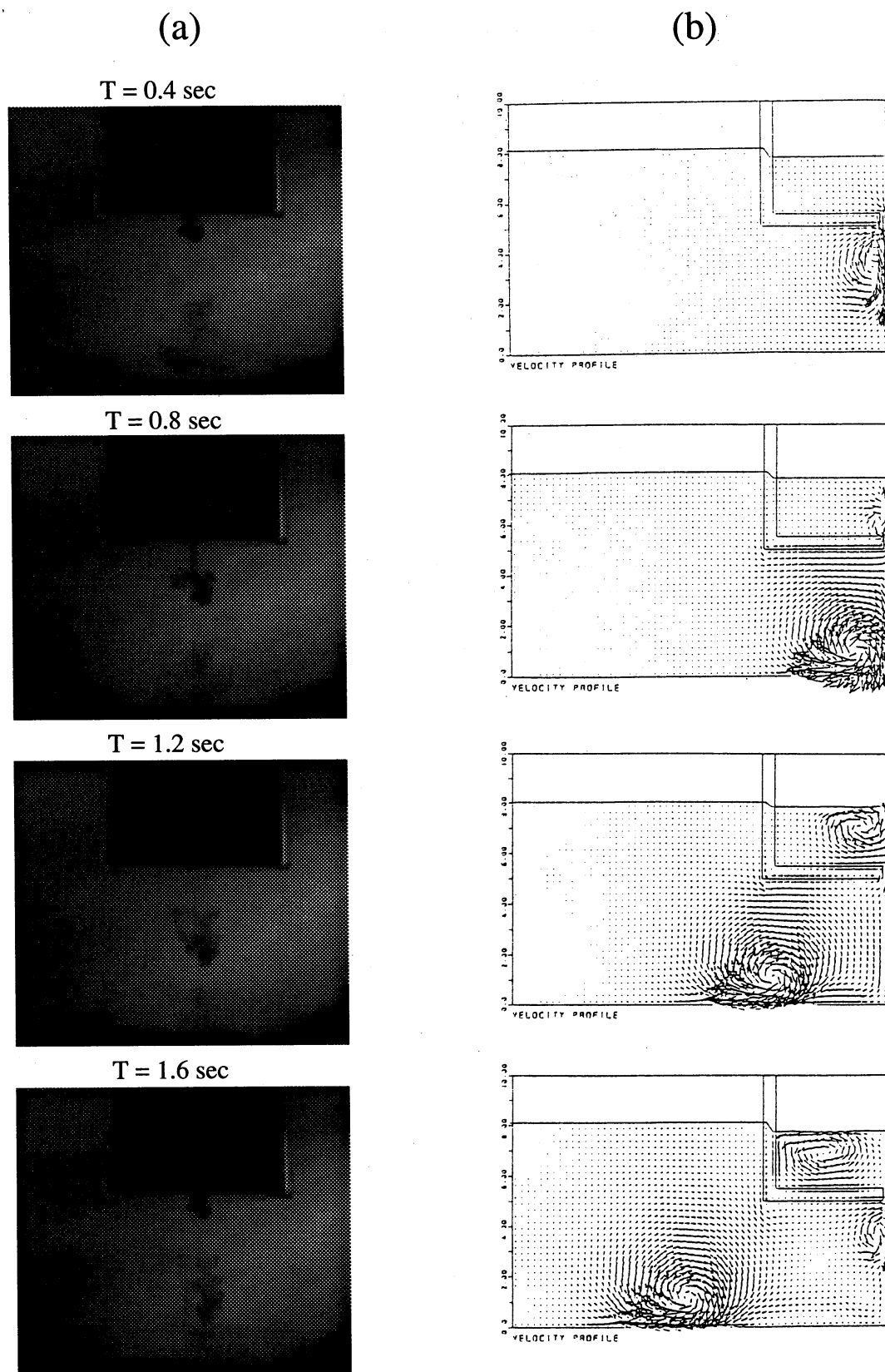


Fig.2 実際の振動の様子(a)と数値計算結果(b)

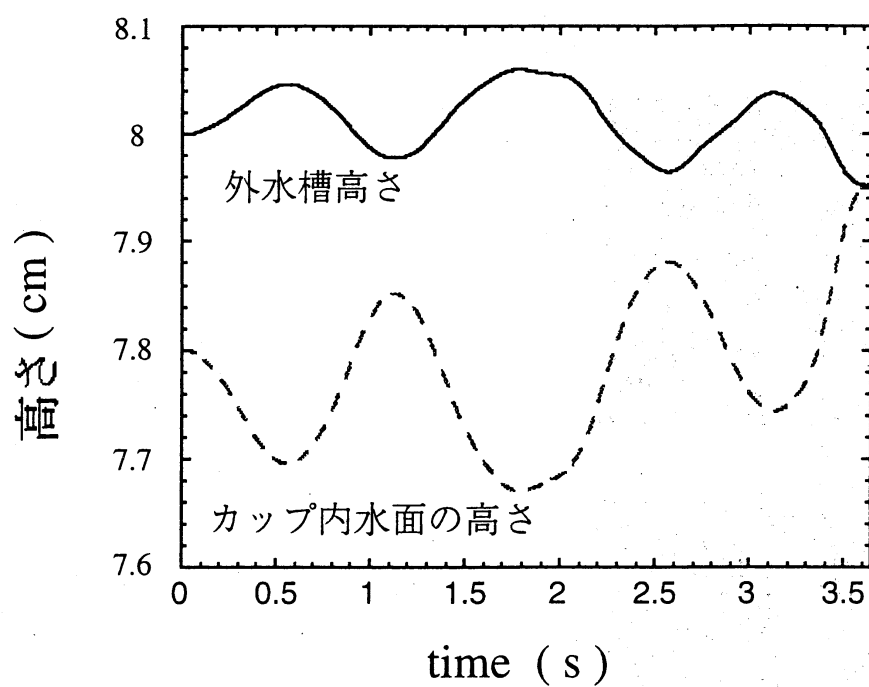


Fig.3 内外水面の高さの変化

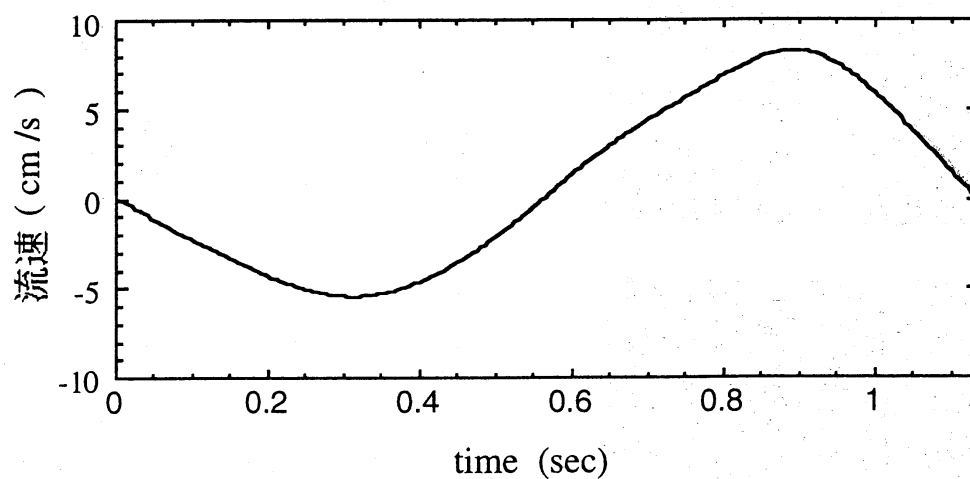


Fig.4 穴の部分における流速の時間変化

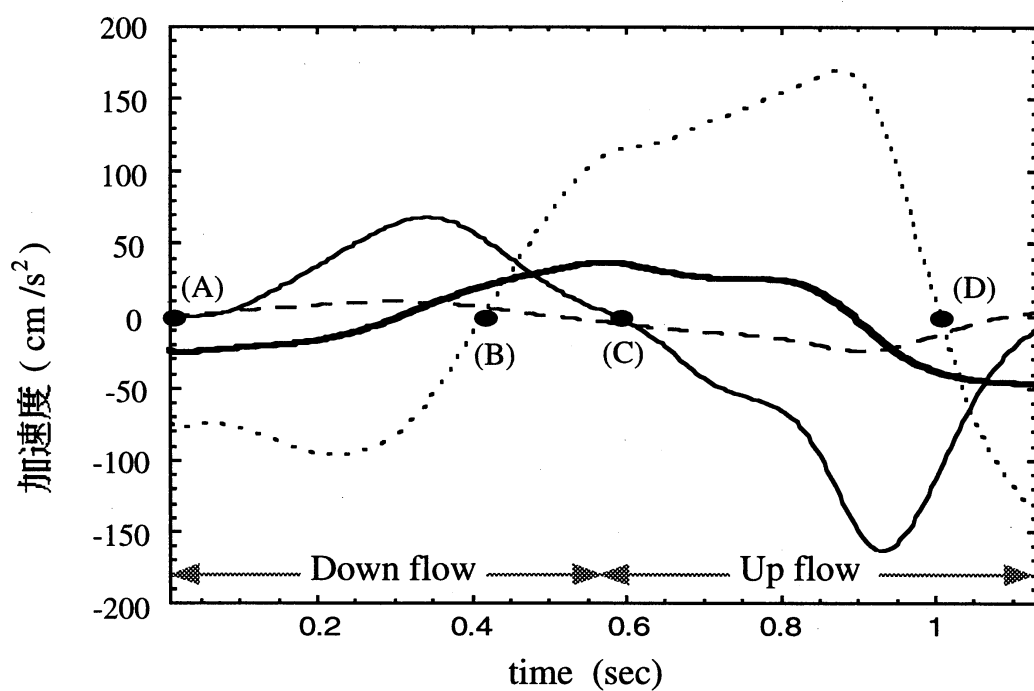


Fig.5 穴の部分における各項の時間変化

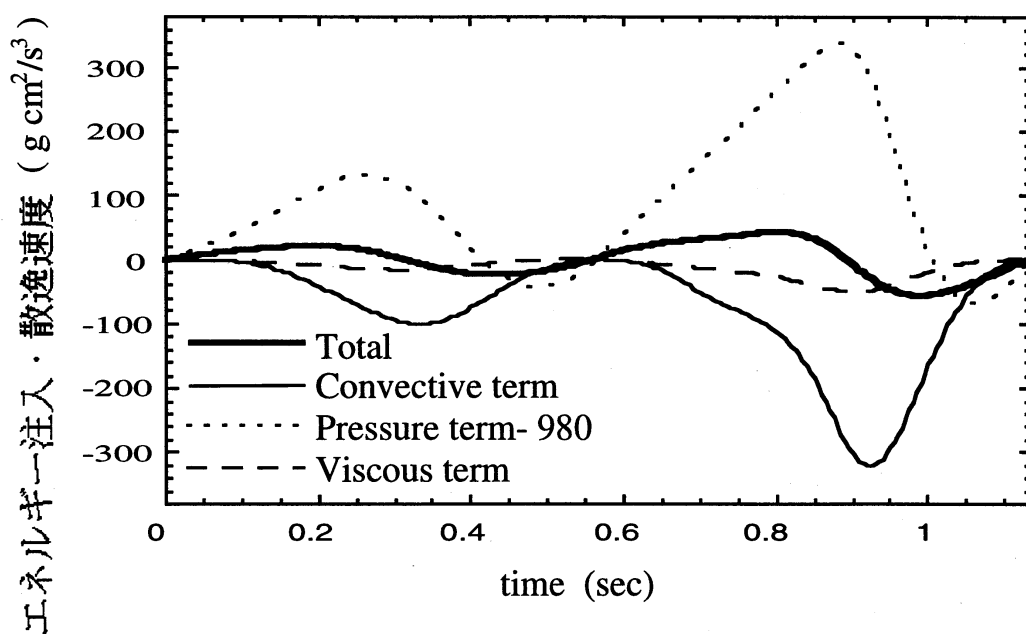


Fig.6 穴の部分における各項のエネルギー
注入・散逸速度の時間変化